

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα – επαναληπτικές εξετάσεις Σεπτεμβρίου 2024

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

12/9/2024 (διάρκεια εξέτασης 2 ώρες) – ΟΜΑΔΑ Β

Θέμα 1 [A=2 μονάδες, B=1 μονάδα]

A. Σύμφωνα με το Master θεώρημα ισχύει ότι:

$$T(n) = \begin{cases} c & \text{if } n < d \\ aT(n/b) + f(n) & \text{if } n \geq d \end{cases}$$

1. if $f(n)$ is $O(n^{\log_b a - \epsilon})$, then $T(n)$ is $\Theta(n^{\log_b a})$
2. if $f(n)$ is $\Theta(n^{\log_b a} \log^k n)$, then $T(n)$ is $\Theta(n^{\log_b a} \log^{k+1} n)$
3. if $f(n)$ is $\Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$, then $T(n)$ is $\Theta(f(n))$,
provided $af(n/b) \leq \delta f(n)$ for some $\delta < 1$.

Δίνεται η αναδρομική σχέση $T(n) = 2T(n/2) + n$. Ποιον αλγόριθμο ταξινόμησης μπορεί να αφορά; Ποια είναι η πολυπλοκότητα της; Περιγράψτε το πως φτάσατε στο συμπέρασμα χρησιμοποιώντας το Master θεώρημα.

B. Γράψτε κώδικα (σε Python ή σε ψευδοκώδικα) που για μια λίστα, ταξινομημένη σε αύξουσα σειρά, να επιστρέφει σε χρόνο $O(1)$ τη μέγιστη τιμή του.

Θέμα 2 [2 μονάδες]

Τι είναι η δομή της επεκτάσιμης ακολουθίας και σε τι διαφέρει από έναν απλό πίνακα, όπως για παράδειγμα έναν πίνακα της γλώσσας C; Περιγράψτε λεκτικά το πως θα υλοποιούσατε τη συγκεκριμένη δομή έτσι ώστε οι εισαγωγές νέων τιμών να γίνονται αποδοτικά.

Θέμα 3 [2 μονάδες]

Έστω μια λίστα εργασιών με γνωστούς χρόνους έναρξης και τερματισμού. Κάθε εργασία μπορεί να εκτελεστεί σε μια μηχανή και υπάρχουν πολλές διαθέσιμες ίδιες μηχανές. Περιγράψτε λεκτικά ποια τακτική πρέπει να ακολουθηθεί για να ανατεθούν οι εργασίες στις μηχανές, έτσι ώστε το πλήθος των μηχανών που θα χρησιμοποιηθούν να είναι το ελάχιστο δυνατό.

Θέμα 4 [3 μονάδες]

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζεται μια λίστα με αντικείμενα για τα οποία γνωρίζουμε το βάρος και την αξία του κάθε αντικειμένου:

Αντικείμενο	Βάρος (κιλά)	Αξία (σε χιλιάδες ευρώ)
1	3	7
2	4	8
3	5	9
4	1	3
5	2	5

Επίσης, διαθέτουμε ένα σακίδιο με ικανότητα μεταφοράς μέγιστου βάρους $W=10$ Κιλά. Με δεδομένη την ακόλουθη αναδρομική σχέση (V : περιεχόμενα δισδιάστατου πίνακα αποτελεσμάτων, v : αξία αντικειμένου, w : βάρος αντικειμένου):

$$V_{i,j} = \begin{cases} V_{i-1,j} & \text{εάν } w_i > j \\ \max(V_{i-1,j}, V_{i-1,j-w_i} + v_i) & \text{εάν } w_i \leq j \end{cases}$$

συμπληρώστε τον ακόλουθο πίνακα και εντοπίστε από τα περιεχόμενα του τα αντικείμενα που θα επιλεγούν έτσι ώστε να επιτευχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα, δηλαδή η τοποθέτηση εκείνων των αντικειμένων στο σακίδιο που έχουν την μεγαλύτερη αξία. Ποια τεχνική χρησιμοποιείται για την επίλυση του προβλήματος;

