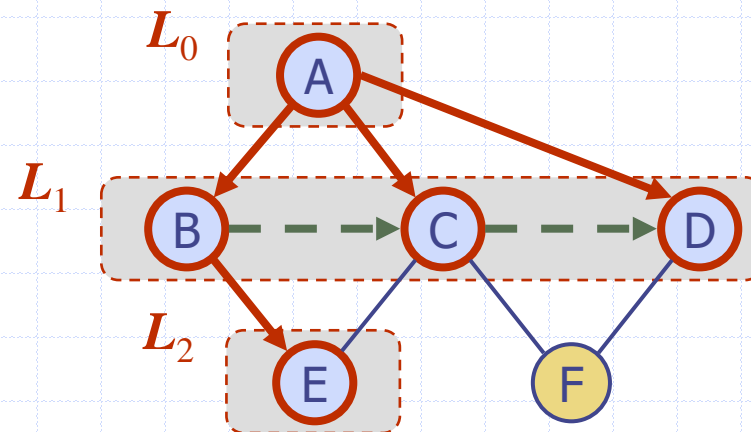


Παρουσίαση για χρήση με το σύγγραμμα, **Αλγόριθμοι Σχεδίαση και Εφαρμογές**, των Μ. Τ. Goodrich and R. Tamassia, Wiley, 2015 (στα ελληνικά από εκδόσεις Μ. Γκιούρδας)

Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος



Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος

- Η αναζήτηση πρώτα σε πλάτος (BFS) είναι μία γενική τεχνική διάσχισης γράφου
- Μία BFS διάσχιση ενός γράφου G :
 - Επισκέπτεται όλες τις κορυφές και τις ακμές του G
 - Διαπιστώνει αν ο G είναι συνεκτικός
 - Υπολογίζει τις συνεκτικές συνιστώσες του G
 - Υπολογίζει ένα παράγον δάσος του G
- Ο BFS σε γράφο με n κορυφές και m ακμές έχει $O(n + m)$ χρονική πολυπλοκότητα
- Ο BFS μπορεί να επεκταθεί ώστε να λύνει κι άλλα προβλήματα γράφων:
 - Εύρεση διαδρομής με το ελάχιστο πλήθος ακμών μεταξύ δύο κορυφών.
 - Εύρεση ενός κύκλου εάν υπάρχει.

Αλγόριθμος BFS

- Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί «επίπεδα» L_i και έναν μηχανισμό για να θέτει και να ανακτά «σημάνσεις» κορυφών και ακμών.

Algorithm BFS(G, s):

Input: A graph G and a vertex s of G

Output: A labeling of the edges in the connected component of s as discovery edges and cross edges

Create an empty list, L_0

Mark s as explored and insert s into L_0

$i \leftarrow 0$

while L_i is not empty **do**

 create an empty list, L_{i+1}

for each vertex, v , in L_i **do**

for each edge, $e = (v, w)$, incident on v in G **do**

if edge e is unexplored **then**

if vertex w is unexplored **then**

 Label e as a discovery edge

 Mark w as explored and insert w into L_{i+1}

else

 Label e as a cross edge

$i \leftarrow i + 1$

Παράδειγμα

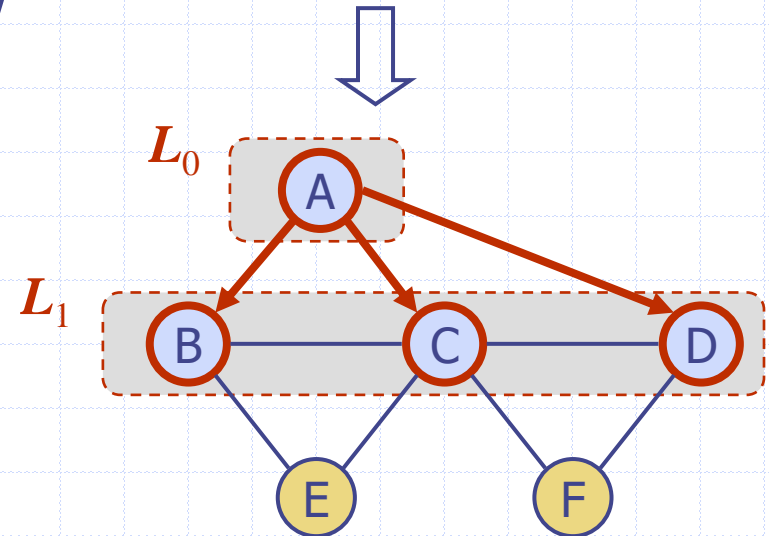
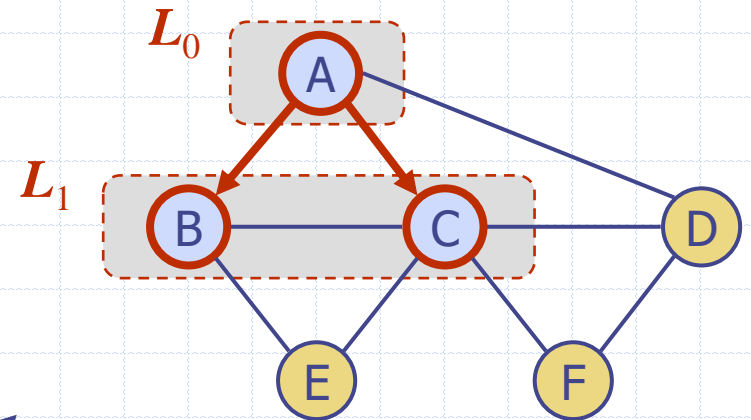
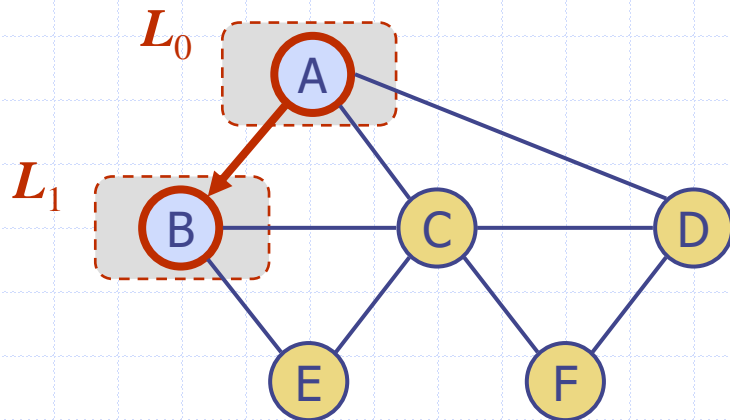
 Ανεξερεύνητη κορυφή

 Εξερευνημένη κορυφή

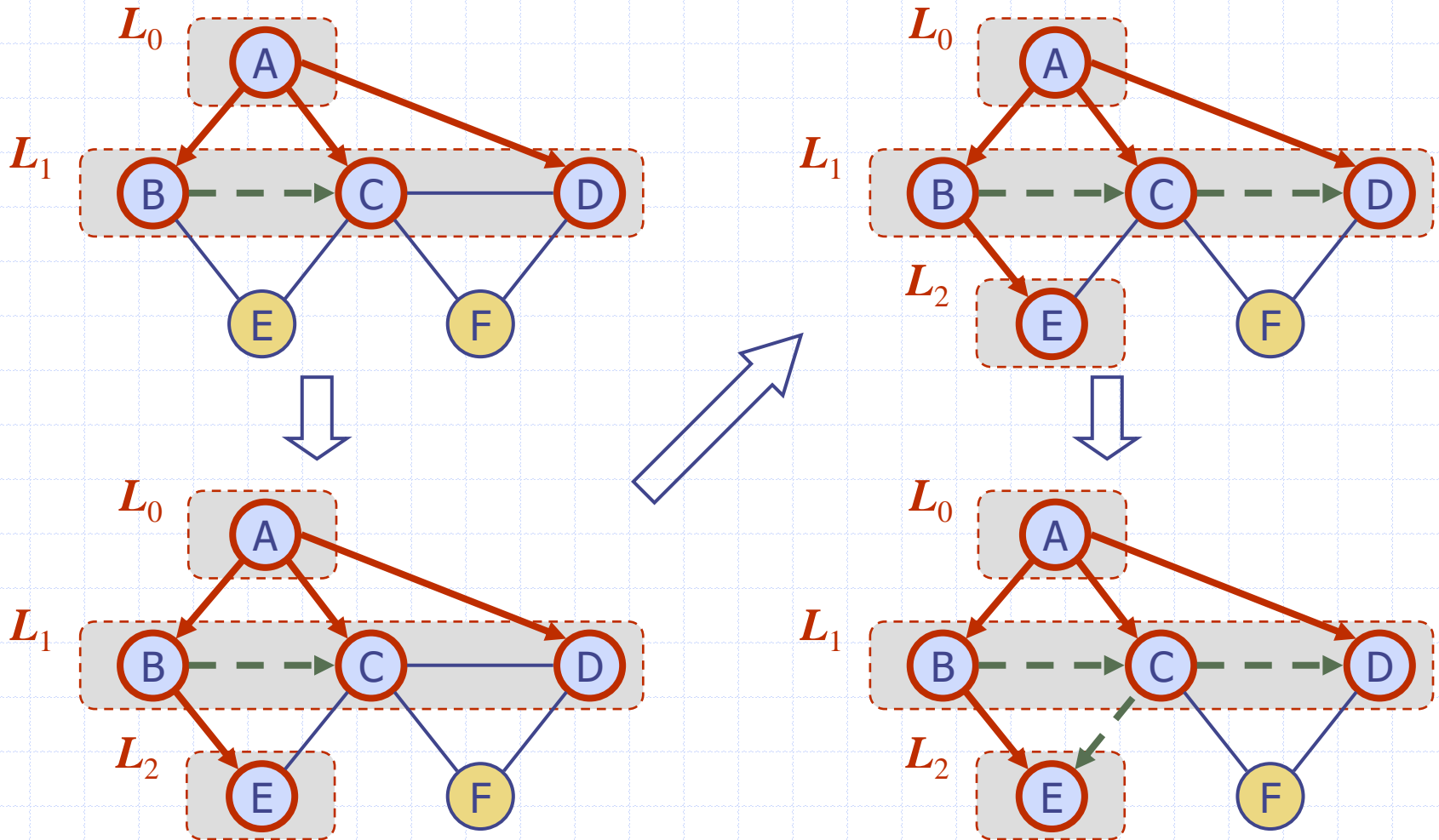
 Ανεξερεύνητη ακμή

 Ακμή ανακάλυψης

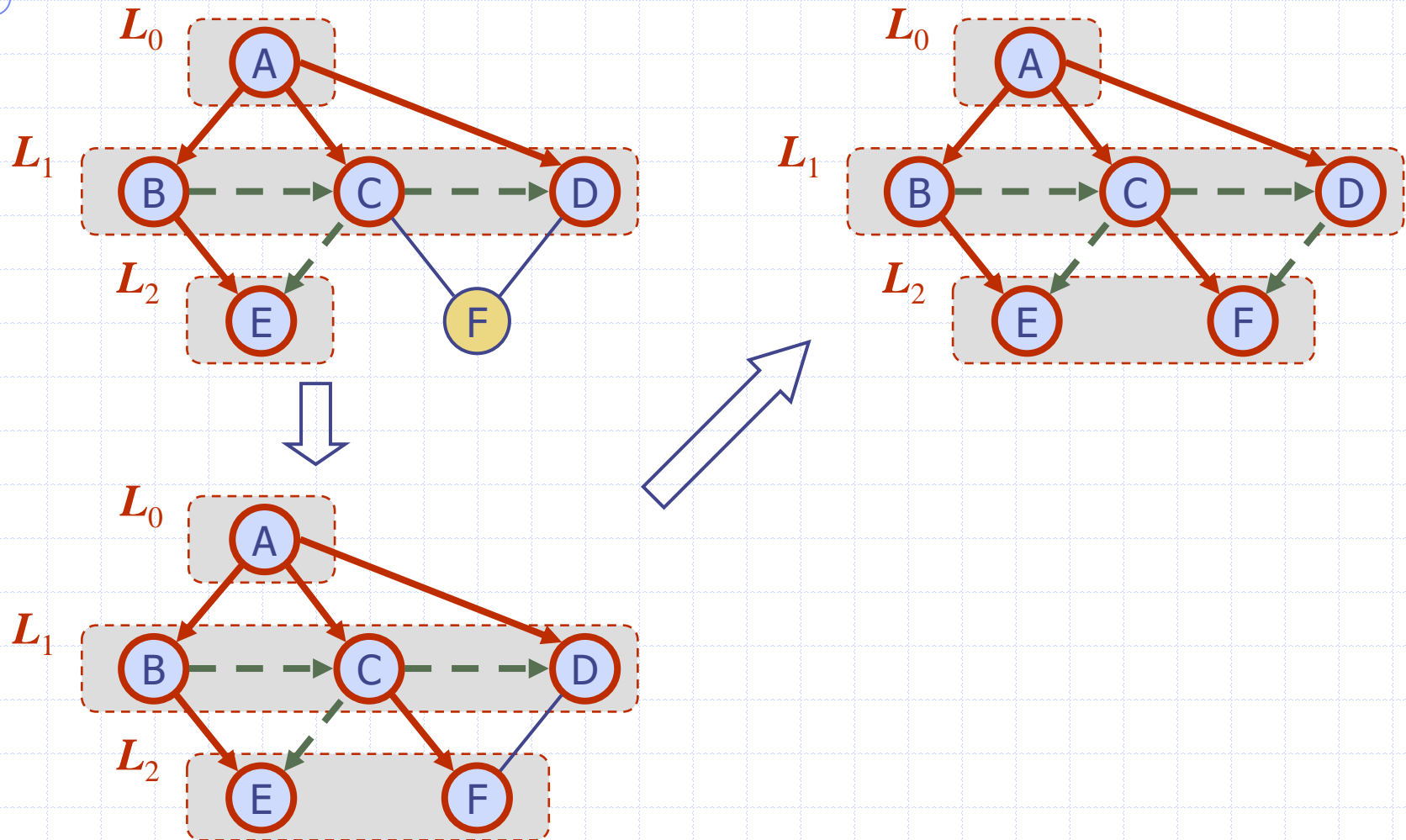
 Ακμή διασταύρωσης



Παράδειγμα (συν.)



Παράδειγμα (συν.)



Ιδιότητες

Συμβολισμός

G_s : συνεκτική συνιστώσα της s

Ιδιότητα 1

Ο $BFS(G, s)$ επισκέπτεται όλες τις κορυφές και ακμές στον G_s

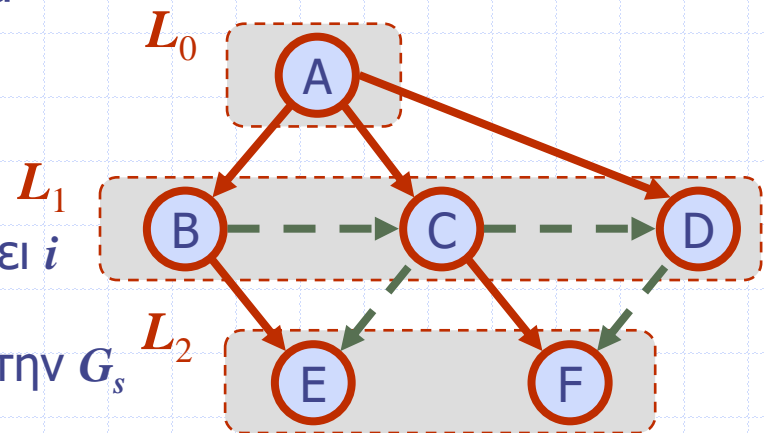
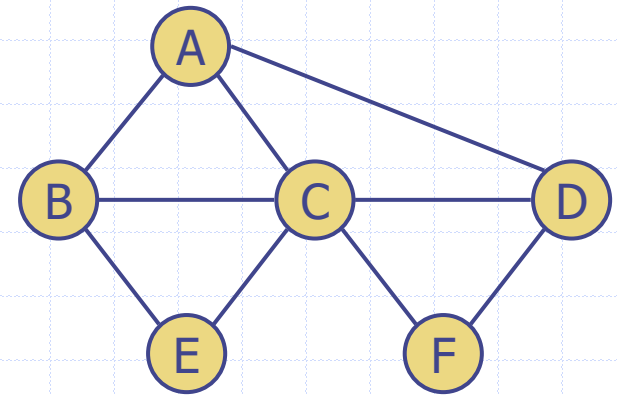
Ιδιότητα 2

Οι ακμές ανακάλυψης που σημειώνονται από τον $BFS(G, s)$ σχηματίζουν ένα παράγον δέντρο T_s του G_s

Ιδιότητα 3

Για κάθε κορυφή v στο L_i

- Η διαδρομή T_s από την s στη v έχει i ακμές
- Κάθε διαδρομή από την s στην v στην G_s έχει τουλάχιστον i ακμές



Ανάλυση

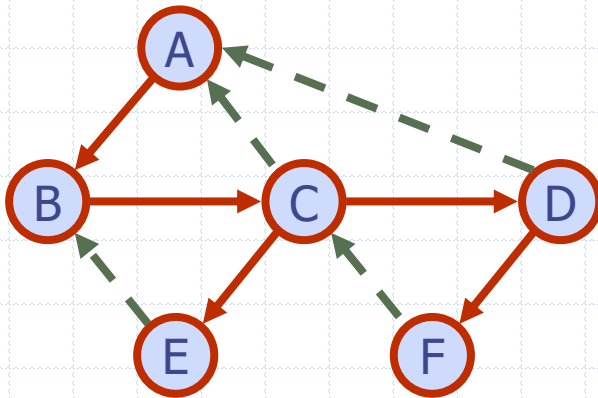
- Η σημείωση και η ανάκτηση μιας σημείωσης μιας κορυφής/ακμής απαιτεί χρόνο $O(1)$
- Κάθε κορυφή σημειώνεται δύο φορές
 - μια ως ανεξερεύνητη
 - μια ως **εξερευνημένη**
- Κάθε ακμή σημειώνεται δύο φορές
 - μια ως ανεξερεύνητη
 - μια ως **ακμή ανακάλυψης** ή **ακμή διασταύρωσης**
- Κάθε κορυφή προστίθεται μία φορά στην ακολουθία L_i
- Η μέθοδος incidentEdges καλείται μία φορά για κάθε κορυφή
- Ο BFS εκτελείται σε χρόνο $O(n + m)$ δεδομένου ότι ο γράφος αναπαριστάται με τη δομή λίστας γειτνίασης
 - Θυμηθείτε ότι $\sum_v \deg(v) = 2m$

Εφαρμογές

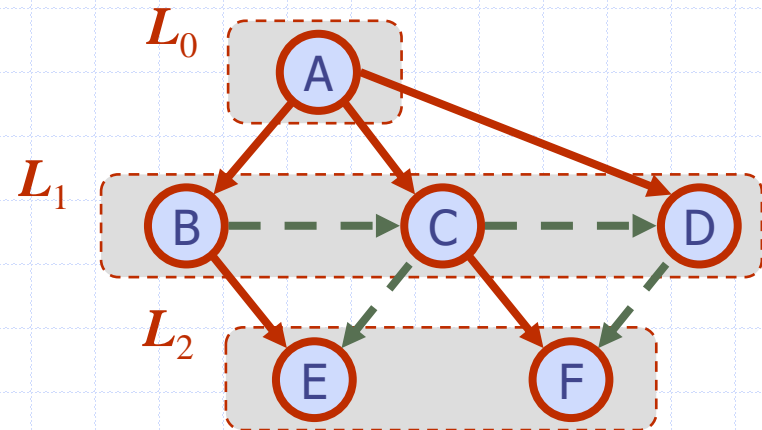
- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο διάσχισης BFS, σε έναν γράφο G , για να επιλύσουμε τα ακόλουθα προβλήματα σε χρόνο $O(n + m)$
 - Υπολογισμός των συνεκτικών συνιστωσών του G .
 - Υπολογισμός παράγοντος δάσους του G .
 - Εντοπισμός κύκλου στο G , ή αναφορά ότι ο G δεν έχει κύκλους.
 - Δεδομένων δύο κορυφών του G , εύρεση μίας διαδρομής του G μεταξύ τους με το ελάχιστο πλήθος ακμών ή αναφορά ότι δεν υπάρχει τέτοια διαδρομή.

DFS vs. BFS

Εφαρμογές	DFS	BFS
Παράγον δάσος, συνεκτικές συνιστώσες, διαδρομές, κύκλοι	✓	✓
Συντομότερες διαδρομές		✓
Δισυνδεδμεμένες συνιστώσες	✓	



DFS

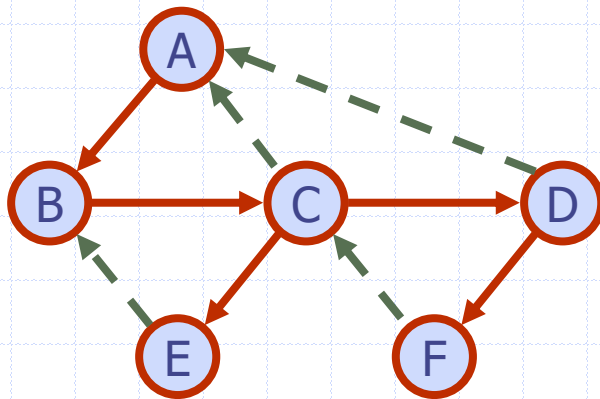


BFS

DFS vs. BFS (συν.)

Πίσω ακμή (v,w)

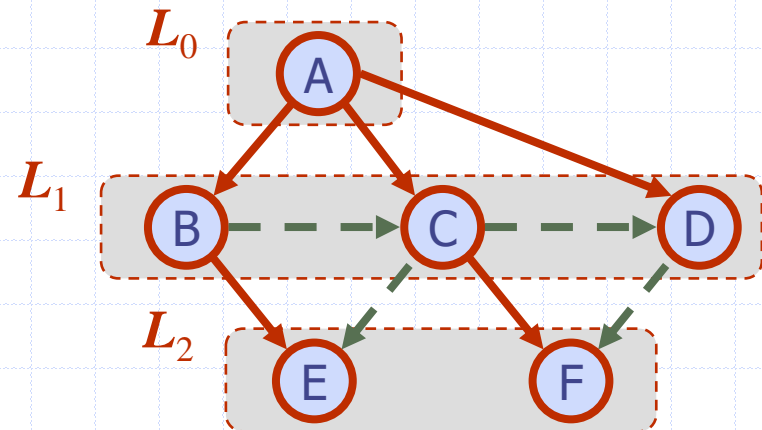
- η w είναι πρόγονος της v στο δέντρο των ακμών ανακάλυψης



DFS

Ακμή διασταύρωσης (v,w)

- η w είναι στο ίδιο επίπεδο με την v ή στο επόμενο επίπεδο



BFS