

Παρουσίαση για χρήση με το σύγγραμμα, *Αλγόριθμοι Σχεδίαση και Εφαρμογές*, των M. T. Goodrich and R. Tamassia, Wiley, 2015 (στα ελληνικά από εκδόσεις M. Γκιούρδας)

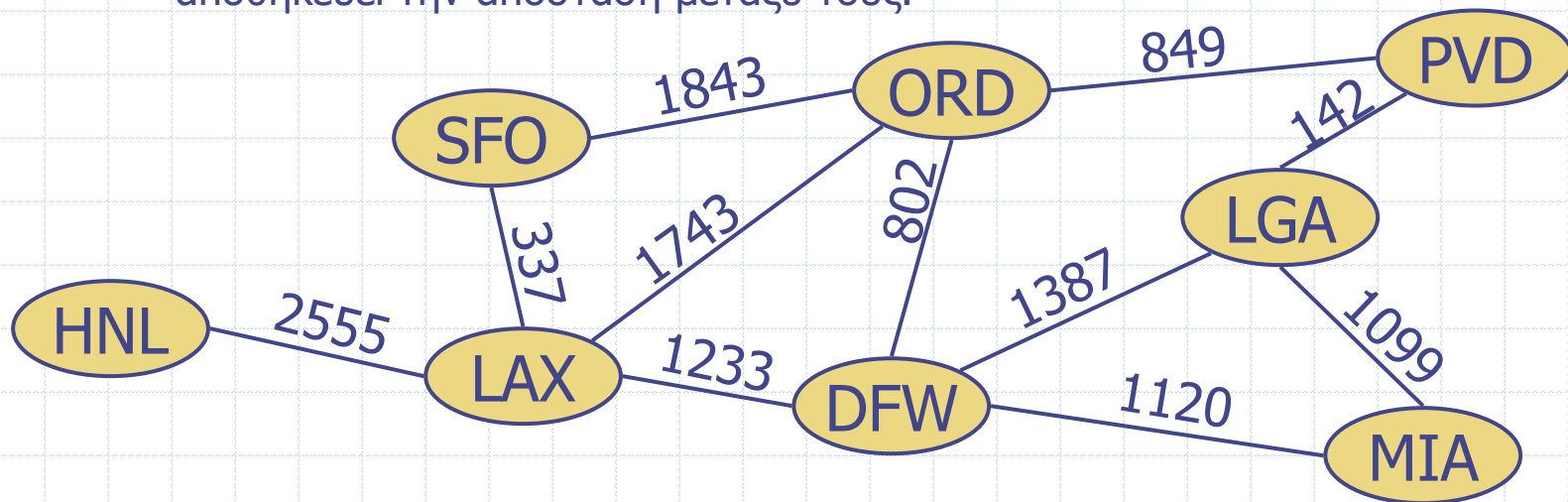
Ορολογία και αναπαραστάσεις γράφων



The metropolitan area of Milan, Italy at night. Astronaut photograph ISS026-E-28829, 2011. U.S. government image. NASA-JSC.

Γράφοι

- Ένας γράφος είναι ένα ζεύγος (V, E) , όπου
 - το V είναι ένα σύνολο κόμβων, που ονομάζονται **κορυφές (vertices)**
 - το E είναι μία συλλογή ζευγών κορυφών, που ονομάζονται **ακμές (edges)**
 - Οι κορυφές και οι ακμές είναι οι θέσεις στις οποίες αποθηκεύονται στοιχεία
- Παράδειγμα:
 - Μία κορυφή αναπαριστά ένα αεροδρόμιο και αποθηκεύει έναν κωδικό αεροδρομίου τριών-γραμμάτων
 - Μία ακμή αναπαριστά μία αεροπορική γραμμή μεταξύ δύο αεροδρομίων και αποθηκεύει την απόσταση μεταξύ τους.



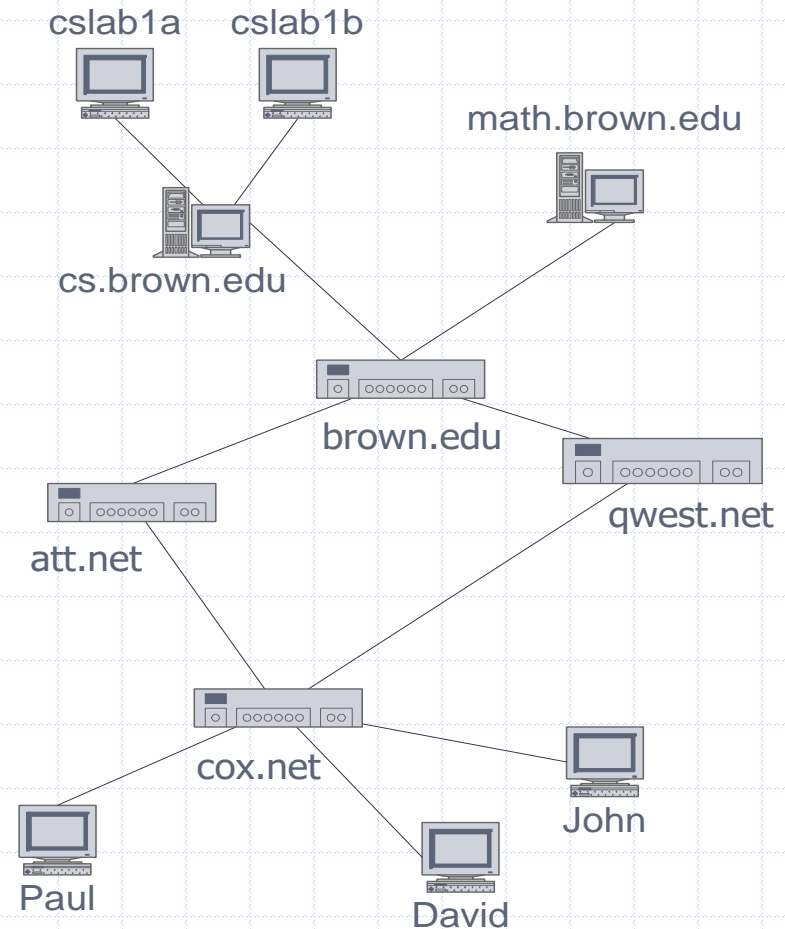
Τύποι ακμών

- Κατευθυνόμενη ακμή
 - διατεταγμένο ζεύγος κορυφών (u,v)
 - η πρώτη κορυφή u είναι η αφετηρία
 - η δεύτερη κορυφή v είναι ο προορισμός
 - π.χ. μία πτήση
- Μη κατευθυνόμενη ακμή
 - μη διατεταγμένο ζεύγος κορυφών (u,v)
 - π.χ. μία αεροπορική γραμμή
- Κατευθυνόμενος γράφος
 - όλες οι ακμές είναι κατευθυνόμενες
 - π.χ. δίκτυο διαδρομών
- Μη κατευθυνόμενος γράφος
 - όλες οι ακμές είναι μη κατευθυνόμενες
 - π.χ. δίκτυο πτήσεων



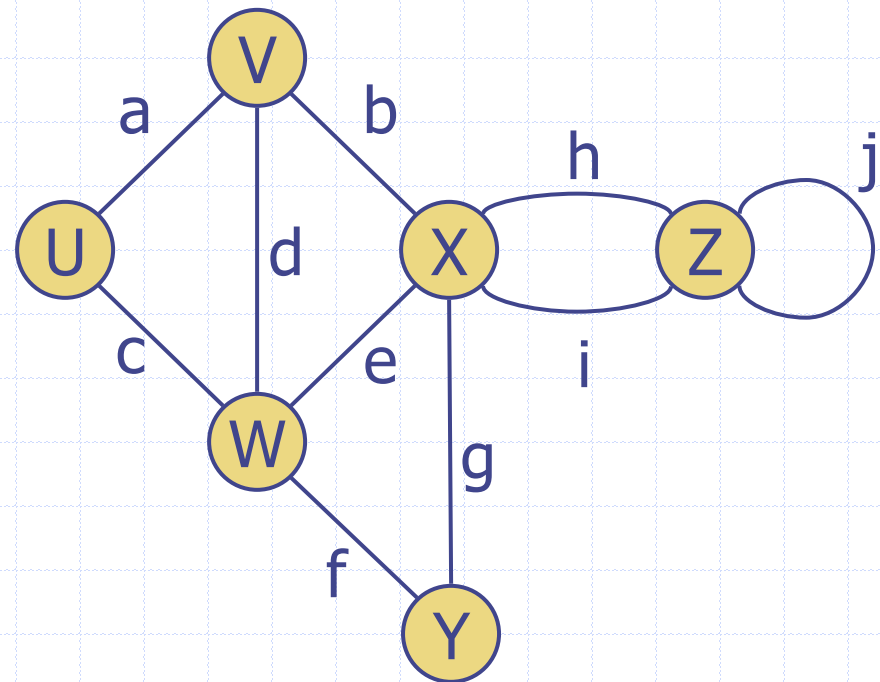
Εφαρμογές

- Ηλεκτρονικά κυκλώματα
 - Πλακέτες τυπωμένων κυκλωμάτων
 - Ολοκληρωμένα κυκλώματα
- Δίκτυα μεταφοράς
 - Οδικό δίκτυο
 - Δίκτυο πτήσεων
- Δίκτυα υπολογιστών
 - Τοπικά δίκτυα
 - Διαδίκτυο
 - Ιστός
- Βάσεις Δεδομένων
 - Μοντέλο Οντοτήτων-Συσχετίσεων



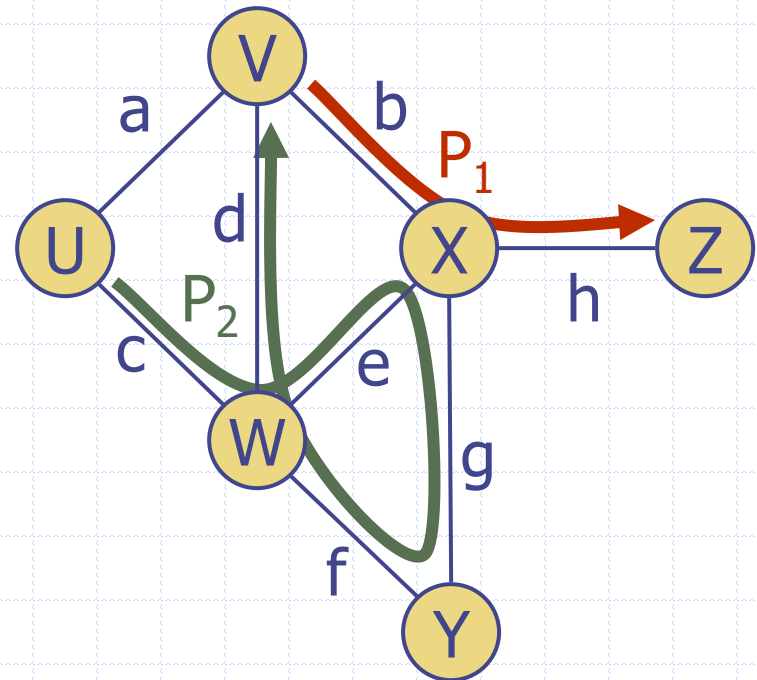
Ορολογία

- Τελικές κορυφές (ή τελικά σημεία) μίας ακμής
 - η U και η V είναι οι τελικές κορυφές της ακμής a
- Ακμές εφαπτόμενες σε κορυφή
 - οι a, d, και η b εφάπτονται στη V
- Γειτονικές κορυφές
 - η U και η V είναι γειτονικές
- Βαθμός μίας κορυφής
 - η X έχει βαθμό 5
- Παράλληλες ακμές
 - η h και η i είναι παράλληλες ακμές
- Self-loop
 - η j είναι self-loop



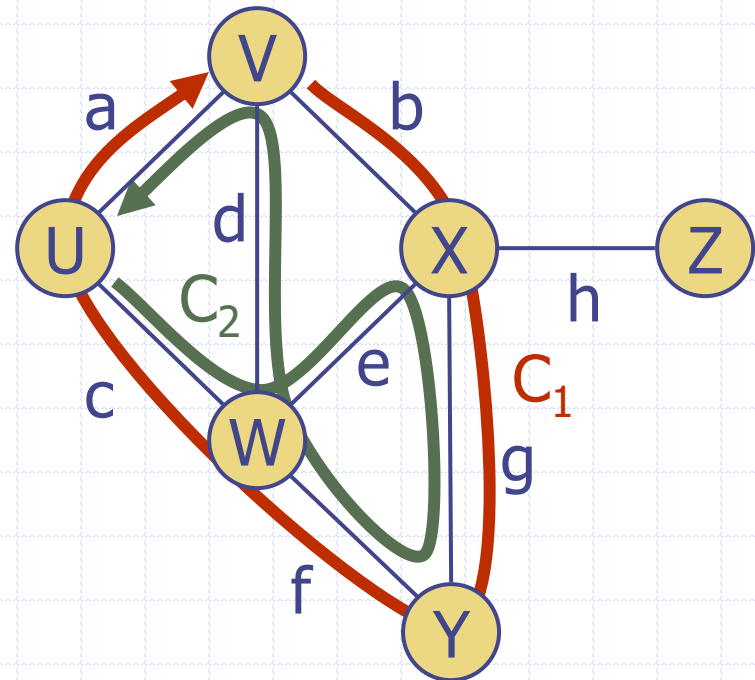
Ορολογία (συνέχεια)

- Διαδρομή
 - σειρά από εναλλασσόμενες κορυφές και ακμές
 - ξεκινάει με μια κορυφή
 - τελειώνει με μια κορυφή
 - κάθε ακμή εφάπτεται στην προηγούμενη και την επόμενη κορυφή
- Απλή διαδρομή
 - διαδρομή όπου όλες οι ακμές και οι κορυφές είναι διακριτές
- Παραδείγματα
 - η $P_1=(V,b,X,h,Z)$ είναι απλή διαδρομή
 - η $P_2=(U,c,W,e,X,g,Y,f,W,d,V)$ δεν είναι απλή διαδρομή



Ορολογία (συνέχεια)

- Κύκλος
 - κυκλική σειρά από εναλλασσόμενες κορυφές και ακμές
 - κάθε ακμή εφάπτεται στην προηγούμενη και την επόμενη κορυφή
- Απλός κύκλος
 - διαδρομή όπου όλες οι ακμές και οι κορυφές είναι διακριτές
- Παραδείγματα
 - ο $C_1=(V,b,X,g,Y,f,W,c,U,a,\lrcorner)$ είναι απλός κύκλος
 - ο $C_2=(U,c,W,e,X,g,Y,f,W,d,V,a,\lrcorner)$ δεν είναι απλός κύκλος



Ιδιότητες

Ιδιότητα 1

$$\sum_v \deg(v) = 2m$$

Απόδειξη: κάθε κορυφή μετράται 2 φορές

Ιδιότητα 2

Σε έναν μη κατευθυνόμενο γράφο χωρίς self-loops και χωρίς παράλληλες ακμές

$$m \leq n(n-1)/2$$

Απόδειξη: κάθε κορυφή έχει βαθμό το πολύ $(n-1)$

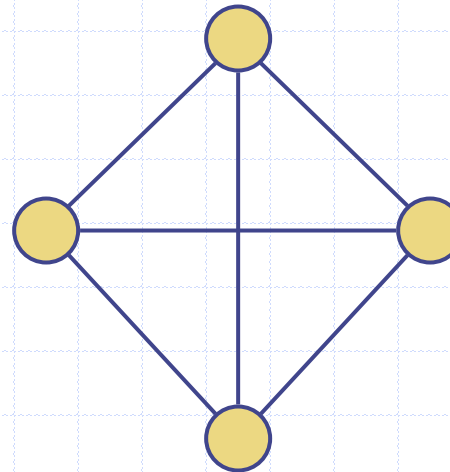
Ποιο είναι το όριο για κατευθυνόμενο γράφο?

Συμβολισμός

n	αριθμός κορυφών
m	αριθμός ακμών
$\deg(v)$	βαθμός της κορυφής v

Παράδειγμα

- $n = 4$
- $m = 6$
- $\deg(v) = 3$



Κορυφές και ακμές

- Ένας **γράφος** είναι μία συλλογή από **κορυφές** και **ακμές**.
- Μία **κορυφή** μπορεί να είναι αφηρημένο αντικείμενο με ή χωρίς ένδειξη (π.χ. με έναν κωδικό αεροδρομίου ή έναν αέρας) ή μπορεί να αποθηκεύει άλλα αντικείμενα.
- Μία **ακμή** ομοίως μπορεί να είναι αφηρημένο αντικείμενο με ή χωρίς ένδειξη (π.χ. ένας αριθμός πτήσης, μια απόσταση, ένα κόστος) ή μπορεί επίσης να αποθηκεύει άλλα αντικείμενα.

Πράξεις σε γράφους

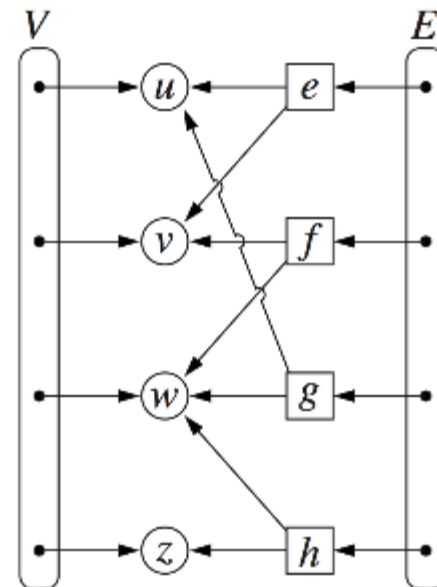
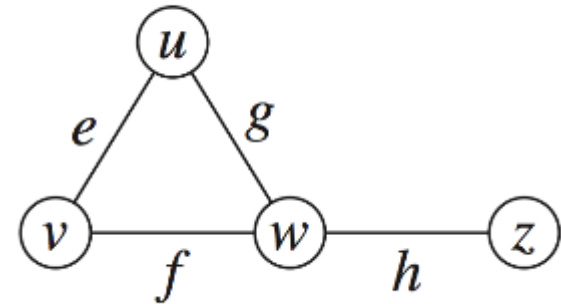
- Επιστροφή του αριθμού, η , των κορυφών του \mathbf{G} .
- Επιστροφή του αριθμού, m , των ακμών του \mathbf{G} .
- Επιστροφή του συνόλου ή της λίστας που περιέχει και τις η κορυφές του \mathbf{G} .
- Επιστροφή του συνόλου ή της λίστας που περιέχει τις m ακμές του \mathbf{G} .
- Επιστροφή κάποιας κορυφής, v , του \mathbf{G} .
- Επιστροφή του βαθμού, $\text{deg}(v)$, μιας δεδομένης κορυφής, v , του \mathbf{G} .
- Επιστροφή του συνόλου ή της λίστας που περιέχει όλες τις ακμές που εφάπτονται σε μια δεδομένη κορυφή, v , του \mathbf{G} .
- Επιστροφή του συνόλου ή της λίστας που περιέχει όλες τις κορυφές που γειτνιάζουν με μια συγκεκριμένη κορυφή, v , του \mathbf{G} .
- Επιστροφή των δύο τελικών κορυφών μιας ακμής, e , του \mathbf{G} . Αν η ακμή e είναι κατευθυνόμενη, η σειρά εμφάνισης των κορυφών δείχνει την αφετηρία και τον προορισμό του e .
- Επιστροφή του εάν δύο κορυφές, v και w του \mathbf{G} , γειτνιάζουν.

Πράξεις σε γράφους (συνέχεια)

- Υπόδειξη αν μια δεδομένη ακμή, e , είναι κατευθυνόμενη στον G .
- Επιστροφή του βαθμού εισόδου του v , $\text{inDegree}(v)$.
- Επιστροφή του συνόλου ή της λίστας που περιέχει όλες τις εισερχόμενες (ή εξερχόμενες) ακμές που εφάπτονται σε μια δεδομένη κορυφή, v , του G .
- Επιστροφή του συνόλου ή της λίστας που περιέχει όλες τις κορυφές που γειτνιάζουν με μια δεδομένη κορυφή, v , μαζί με τις εισερχόμενες (ή εξερχόμενες) ακμές του G .
- Εισαγωγή νέας κατευθυνόμενης (ή μη κατευθυνόμενης) ακμής, e , μεταξύ δύο κορυφών, v και w , του G .
- Εισαγωγή νέας (απομονωμένης) κορυφής, v , στον G .
- Αφαίρεση ακμής, e , από τον G .
- Αφαίρεση κορυφής, v και όλων των ακμών που εφάπτονται σ' αυτή απ' τον G .

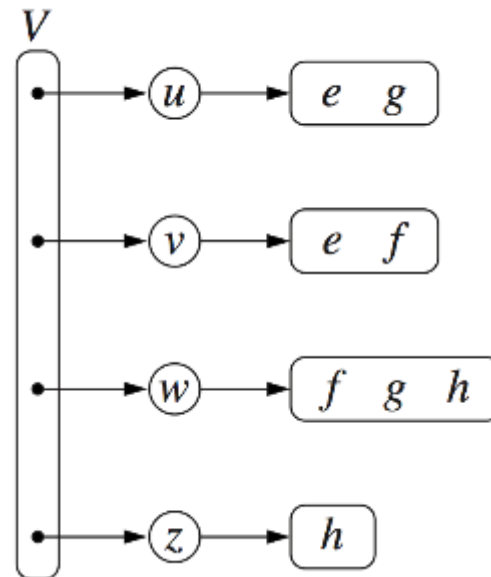
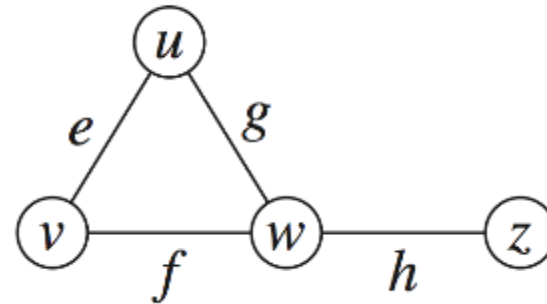
Λίστα ακμών (δομή)

- Αντικείμενο κορυφή
 - στοιχείο
 - αναφορά σε θέση στην ακολουθία κορυφών
- Αντικείμενο ακμή
 - στοιχείο
 - αντικείμενο κορυφή αφετηρίας
 - αντικείμενο κορυφή προορισμού
 - αναφορά σε θέση στην ακολουθία ακμών
- Ακολουθία κορυφών
 - ακολουθία από αντικείμενα κορυφών
- Ακολουθία ακμών
 - ακολουθία από αντικείμενα ακμών



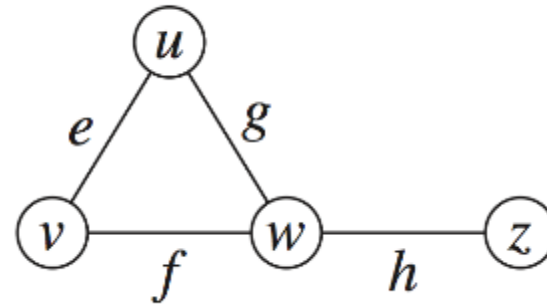
Λίστας γειτνίασης (δομή)

- Ακολουθία ακμών που εφάπτονται σε κάθε κορυφή
 - ακολουθία αναφορών σε αντικείμενα ακμών για τις ακμές που εφάπτονται στην κορυφή



Δομή πίνακα γειτνίασης

- Δομή λίστας ακμών
- Επαυξημένα αντικείμενα κορυφών
 - Ακέραιο κλειδί (δείκτης) για την κορυφή
- 2D πίνακας γειτνίασης
 - Αναφορά στο αντικείμενο ακμής για γειτνιάζοντες κορυφές
 - Null για μη γειτνιάζουσες κορυφές
- Η “παλιομοδίτικη” έκδοσή έχει μόνο 0 για μη ύπαρξη ακμής και 1 για ύπαρξη.



		0	1	2	3
<i>u</i>	→	0	<i>e</i>	<i>g</i>	
<i>v</i>	→	1	<i>e</i>		<i>f</i>
<i>w</i>	→	2	<i>g</i>	<i>f</i>	
<i>z</i>	→	3			<i>h</i>

Απόδοση

(Όλα τα όρια είναι big-oh χρόνοι)

<ul style="list-style-type: none">▪ n κορυφές, m ακμές▪ χωρίς παράλληλες ακμές▪ χωρίς self-loops	Λίστα ακμών	Λίστα γειτνίασης	Πίνακας γειτνίασης
Χώρος	$n + m$	$n + m$	n^2
incidentEdges(v)	m	deg(v)	n
areAdjacent (v, w)	m	min(deg(v), deg(w))	1
insertVertex(o)	1	1	n^2
insertEdge(v, w, o)	1	1	1
removeVertex(v)	m	deg(v)	n^2
removeEdge(e)	1	1	1